RADIOISOTOPES, **56**, 211-217 (2007)

連載講座

中性子イメージング技術の基礎と応用（基礎編第１回）

中性子と物質の相互作用†

鬼柳善明

北海道大学大学院工学研究科量子理工学専攻応用量子ビーム工学講座
060-8628　北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目

Key Words：neutron, neutron imaging, total cross section, coherent scattering, incoherent scattering, potential scattering, resonance cross section, absorption cross section

1.　相互作用の概要

中性子イメージングは，今までは熱中性子，冷中性子など広いエネルギー幅の中性子を使用する実験が主流であった。これからは，より詳細な情報を得るために，エネルギー選択的な中性子イメージングの要請が強まると考えられる。また，日本やアメリカで大強度のスポレーション中性子源が建設中であり，近い将来，本格稼働する予定である。これらを含めて，パルス中性子源を用いたイメージングも進展し，使えるエネルギー領域が更に広がると予想される。これからの中性子イメージングは，より広いエネルギー範囲の中性子と物質との相互作用を考慮する必要がある。

一般にイメージングを考えた場合，今まで以上に色々な手法が開発されるだろう。その中でも，中性子は，荷電粒子や X 線とは異なった物質との相互作用をするため，特徴的な像が得られる。中性子の素粒子としての特性を表１に示した。中性子のプローブとしての大きな特徴の一つは，電気的に中性であることである。これによって，中性子は原子核と直接相互作用するため，その断面積が原子核ごとに異なる。また，中性子は質量を持っており，それによって，熱中性子，即ち 25.3 meV の中性子の波長は 0.18 nm と結晶や分子内の原子間距離と近いものになっている。イメージングに使われる X 線（あるいは γ 線）のエネルギーは数十 keV 以上であり，この時の波長は，0.1 nm よりも短い。また，X 線は，核外電子あるいはその電磁場と相互作用し，光電効果，コンプトン散乱，対生成の三つの過程によってエネルギーを減衰する。X 線のエネルギーによって，どの過程が主として影響するかは変化するが，物質による本質的な差はない。したがって，相互作用の強さは，重い原子，即ち電子の数が多い元素が大きくなる。また，核の構成に関係しないため同位体による差は生じない。このように，イメージングで使用する X 線では，エネルギーが高いため，結晶や分子の構造，その運動が相互作用断面積に影響してこない。X 線強度の減衰は，X 線そのものが他の粒子に変換されて消滅するもの（光電効果，対生成）と，向きを変えるもの（コンプトン散乱）の両者で起きる。X 線の相互作用は，原子に属する電子数で決められるため，原子番号と原子数密度が相互作用の大きさを決

† Fundamentals and Applications of Neutron Imaging (Fundamentals Part 1).
Interaction between Neutrons and Matter.
Yoshiaki KIYANAGI : Division of Quantum Science and Engineering, Graduate School of Engineering, Hokkaido University, Kita-13, Nishi-8, Kita-ku, Sapporo-shi, Hokkaido 060-8628, Japan.

表1　中性子の特性

質量	$\mathrm{m}=1.674928\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$
電荷	$q=(-1.5\pm2.2)\times10^{-22}e$
スピン	$s=-\hbar/2$
磁気モーメント	$\mu=-9.649178\times10^{-27}\,\mathrm{JT}^{-1}$
β^-崩壊寿命	$\tau=885.9\pm0.9\mathrm{s}$

e は電気素量

める要因となる。それで，強度の減弱に関しては，質量減弱係数（線減弱係数 μ を密度 ρ で割った量，μ/ρ）で統一的に表現でき，原子番号に対して単調に増加する傾向を示す。一方，中性子では，吸収（核反応を起こすものを含む）による消滅と散乱による向きの変化が起きる。吸収が強い物質もあるが，通常は散乱による向きの変化が支配的となる。

中性子の場合は，原子核ごとに相互作用が変わるため，X 線の質量減弱係数のような一般的な傾向を現す指標を作れない。それで，中性子断面積，特に微視的断面積 σ（単位バーン(b)：$1\,\mathrm{b}=10^{-24}\,\mathrm{cm}^2$）で相互作用断面積を現す。これに原子数密度 ρ をかけた巨視的断面積 $\Sigma(\mathrm{cm}^{-1})$ は X 線の線減弱係数に対応する。

散乱に関して，干渉性散乱と非干渉性散乱の二つがあるのが中性子の大きな特性である。干渉性は回折を起こす性質であり，原子核集団からの散乱を反映する。一方，非干渉性は個々の原子核からの散乱となる。中性子で非干渉性散乱が起きる原因は，散乱物質のスピンと同位体の存在である。散乱核のスピンがゼロでない場合，散乱において中性子のスピンの向きによって，散乱振幅（散乱の強度に関係する量）が異なり，干渉的に散乱する確率は低くなる。同位体によっても散乱振幅が異なるので，同様なことが引き起こされる。中性子の散乱では，この両方が起きるが，多くの元素では干渉性散乱が支配的である。例えば，鉄の場合，天然組成のものでは，干渉性断面積 $\sigma_{\mathrm{coh}}=11.22\,\mathrm{b}$，非干渉性断面積 $\sigma_{\mathrm{inc}}=0.40\,\mathrm{b}$ となるが，存在比が大きい質量数 26 の鉄は，スピンがゼロであるため，非干渉性断面積はゼロとなり，$\sigma_{\mathrm{coh}}=12.42\,\mathrm{b}$ となる。非干渉性散乱が大きな元素として，$^1\mathrm{H}$（$\sigma_{\mathrm{coh}}=1.76\,\mathrm{b}$，$\sigma_{\mathrm{inc}}=80.26\,\mathrm{b}$）とバナジウム（$\sigma_{\mathrm{coh}}=0.018\,\mathrm{b}$，$\sigma_{\mathrm{inc}}=5.08\,\mathrm{b}$）などがあるが，このような元素は少ない。ここで，添字 coh は coherent，添字 inc は incoherent である。干渉性と非干渉性断面積の大きさの関係によって，低エネルギー中性子の断面積の様子が変わる。干渉性断面積が大きな元素は，回折による散乱が主となり，Bragg エッジが現れる。非干渉性の場合は，原子運動との散乱となり，中性子速度に反比例して断面積が増えていく，いわゆる $1/v$ 法則がある。これについては，本講座基礎編第 2 回の低エネルギー中性子の断面積で詳しく議論する。

これまで述べたように，中性子には X 線とは異なる色々な特徴があり，エネルギー領域によって異なった特性が現れる。低エネルギーでは，原子核との相互作用を通した結晶や分子の構造やダイナミックスを反映した相互作用断面積となる。この領域では，エネルギー依存性が強いポテンシャル散乱断面積が，エネルギーが高くなるにつれて，詳細な構造やダイナミックスに影響されない一定の断面積となる。一定域を超えて，より高いエネルギーになると断面積は減少する。ポテンシャル散乱断面積に加えて，吸収断面積がある。特に，元素によって現れるエネルギー領域は異なるが，共鳴捕獲は重要な反応である。更にエネルギーが高くなり MeV 領域に入ると，(n, 2n)，(n, p)，(n, α)などの粒子放出核反応が起きる。これが，中性子の断面積のエネルギー依存の大まかな特徴である。

このような中性子と物質との相互作用断面積のために，X 線と比較した場合，一般に次のような特徴がある。

1）低いエネルギーの中性子では，エネルギーとそれに対応する波長が物質内の原子運動のエネルギーや原子間距離と同程度となる。そのため，イメージングにおいても，エネルギーに

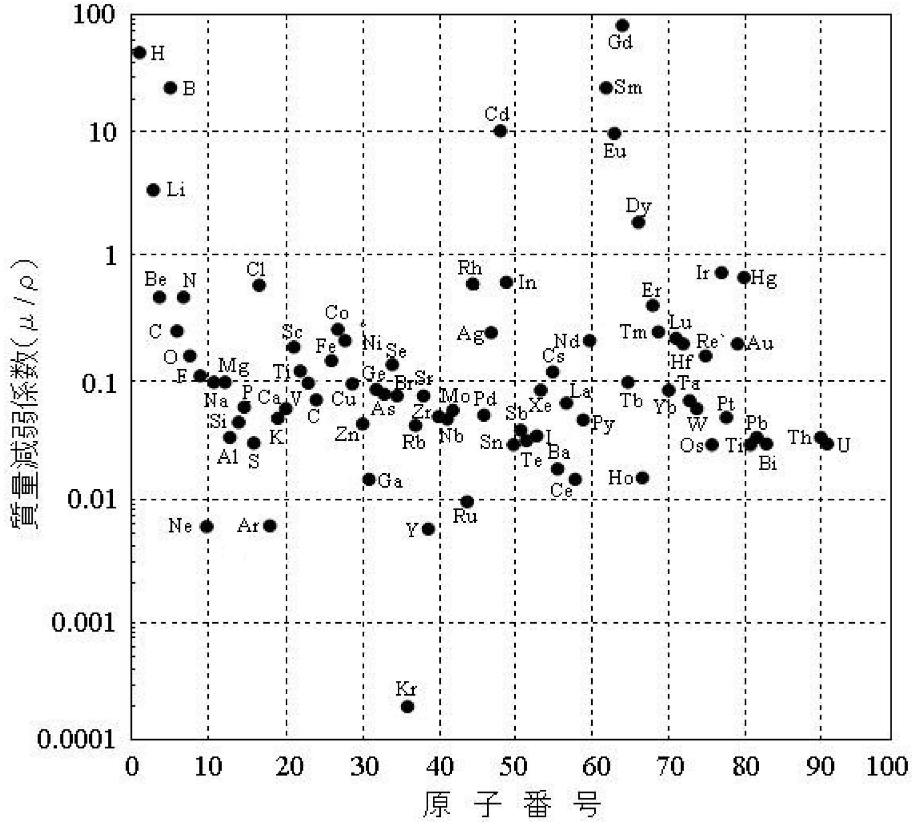

図１　熱中性子に対する質量減弱係数

応じてこの影響が現れる。

2）中性子の散乱断面積は原子核ごとに異なり，X 線などの場合のように原子番号に対して単調に増加しない。図１に中性子の相互作用断面積から求められた質量減弱係数を，原子番号の関数として示した[1)]。中性子は，H や Li など軽元素に対して大きな質量減弱係数を持っていることが X 線とは大きく異なるところであり，この特徴を活かして，水やプラスチックなどを選択的に見ることができる。また，重い物質は，X 線では透過率が低くなりすぎるため，中性子の方が元素の区別がしやすいということもある。中性子断面積は同位体によって異なるため，詳細な検討を行う場合は，同位体ごとの断面積が必要となる。

3）一般に透過力が X 線と比べて大きい。したがって，比較的厚い物体を透視することが可能である。

4）中性子は磁気モーメントを持っている。これを利用した，磁気構造に関連した中性子イメージングも可能と思われる。

以下に 1 eV を超える領域の中性子断面積について述べる。

2.　中・高エネルギー中性子の断面積

中性子と物質の相互作用に関して，結晶や分子構造，また，その中での原子の運動が相互作用に影響を与えるエネルギー領域と，それ以外の領域に大きく分けて考える。原子振動のエネルギーは 1 eV 以下であること，結晶などの構造が影響してくるのは，もっと低いエネルギーであることを考えて，おおむね 1 eV 程度を境

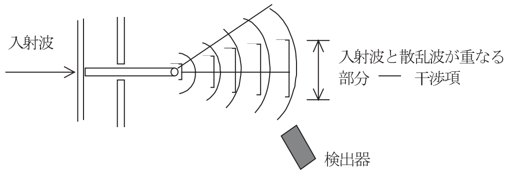

図2　中性子散乱の模式図

と考えて良い。1 eV 以下の領域の中性子と物質の相互作用は複雑であり，特徴的断面積を持つ。それについては本講座基礎編第2回で詳述する。ここでは1 eV 以上のエネルギーでの相互作用断面積の概要を述べる。

2･1　ポテンシャル散乱断面積

中性子が z 方向から平面波として入射し，ポテンシャル $V(\boldsymbol{r})$ によって散乱される。その散乱体系の概要を図2に示した。シュレーディンガー方程式は（2.1）になる[2]。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V(\boldsymbol{r})-E\right]\psi(\boldsymbol{r})=0 \qquad (2.1)$$

入射中性子の質量を m，速度を υ，運動量を $P_0=m\upsilon=\hbar k$ とすると，入射波は，

$$\psi_0(\boldsymbol{r})=e^{ikz} \qquad (2.2)$$

となる。この時の散乱波を（2.3）とする。

$$\psi(\boldsymbol{r})=e^{ikz}+g(\boldsymbol{r}) \qquad (2.3)$$

これを（2.1）の波動方程式に代入すると，

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta-E\right]g(\boldsymbol{r})=-V(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r}) \qquad (2.4)$$

となり，遠方で散乱波は外向波となるため，球面波の形を持った（2.5）で現される。座標系は球座標（r,θ,ϕ）である。

$$g(\boldsymbol{r})\xrightarrow[r\to\infty]{} f(\theta,\phi)\frac{e^{ikr}}{r} \qquad (2.5)$$

ここで，$f(\theta,\phi)$ は散乱振幅（scattering amplitude）と呼ばれる。散乱粒子が，単位時間あたり表面要素 ds を通過する確率は，（2.6）になる。

$$I=\frac{|f(\theta,\phi)|^2}{r^2}\upsilon ds \qquad (2.6)$$

これと $ds=r^2d\Omega$ の関係式を用いて，弾性散乱微分散乱断面積は（2.7）となる。$d\Omega$ は立体角要素である。

$$\sigma(\theta)d\Omega=\frac{I}{\upsilon}=\frac{|f(\theta,\phi)|^2}{r^2}ds=|f(\theta,\phi)|^2d\Omega \qquad (2.7)$$

即ち，散乱断面積は散乱振幅 $f(\theta,\phi)$ だけで現されることになる。散乱振幅をどのように求めるかが次の問題となる。

その方法として，部分波分析（partial wave analysis）がある。中心力場を考えると，波動関数は z 軸のまわりで対称となり，ϕ によらなくなる。そこで，次の展開を行う。ここで $P_\ell(\cos\theta)$ はルジャンドルの多項式である。

$$\psi(r,\theta)=\sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{u_\ell(r)}{r}P_\ell(\cos\theta) \qquad (2.8)$$

これを波動方程式に代入すると，次式が得られる。

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}+k^2-U(r)-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right]u_\ell(r)=0 \qquad (2.9)$$

ここで，$k=\left(\dfrac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$U(r)=2mV/\hbar^2$

$U(r)$ が $r\to\infty$ で十分早く0になるとすると，

$$u_\ell(r)\xrightarrow[r\to\infty]{} A_\ell kr\{\cos\delta_\ell j_\ell(kr)-\sin\delta_\ell n_\ell(kr)\} \qquad (2.10)$$

と表される。ここで，$j_\ell(kr)$, $n_\ell(kr)$ はそれぞれ，球面ベッセル関数と球面ノイマン関数である。

δ_ℓは実定数で，位相のずれと呼ばれる。$r\to\infty$でのj_ℓ, n_ℓの漸近形を用いると，(2.11)になる。

$$u_\ell(r)\xrightarrow[r\to\infty]{} A_\ell \sin\left(kr-\frac{\ell\pi}{2}+\delta_\ell\right) \quad (2.11)$$

これを（2.8）の波動関数に代入すると，

$$\psi(r,\theta)=\sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{u_\ell(r)}{r}P_\ell(\cos\theta)=f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}+e^{ikz} \quad (2.12)$$

の関係式が得られる。また，入射平面波の部分波展開を行うと，(2.13) が得られる。

$$e^{ikz}=\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)i^\ell j_\ell(kr)P_\ell(\cos\theta) \quad (2.13)$$

これらを，波動関数 $\psi(r,\theta)$に代入すると，

$$\sum_{\ell=0}^{\infty}A_\ell\sin\left(kr-\frac{\ell\pi}{2}+\delta_\ell\right)P_\ell(\cos\theta)$$
$$=f(\theta)e^{ikr}+\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)i^\ell\sin\left(kr-\frac{\ell\pi}{2}\right)$$
$$P_\ell(\cos\theta)/k$$
$$\therefore f(\theta)=\sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{1}{2ik}(2\ell+1)\left(e^{2i\delta_\ell}-1\right)P_\ell(\cos\theta) \quad (2.14)$$

となる。したがって，微分散乱断面積は，

$$\sigma(\theta)=|f(\theta)|^2$$
$$=\frac{1}{k^2}\left|\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)e^{i\delta_\ell}\sin\delta_\ell P_\ell(\cos\theta)\right|^2 \quad (2.15)$$

全散乱断面積は，

$$\sigma=\int\sigma(\theta)d\Omega=\frac{4\pi}{k^2}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)\sin^2\delta_\ell \quad (2.16)$$

となり，位相のずれ（phase shift，δ_ℓ）で表示される。物理的には，$V(r)<0$（引力）の時は$\delta_\ell>0$で，波は原点に引寄せられ，$V(r)>0$（斥力）の時は$\delta_\ell<0$で，波は原点から遠ざかることを意味する。

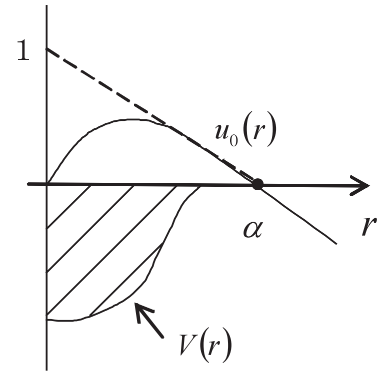

図 3　S 波散乱の波動関数 $u_0(r)$と散乱長 α

ここで，特にS波($\ell=0$)散乱を考える。この時，$\frac{1}{k}\gg a$ の条件を満たす。a は$V(r)$の到達距離である。この場合の波動関数は，(2.17)となる。

$$u_0(r)\xrightarrow[r\to\infty]{}\cos kr+\cot\delta_0\sin kr$$
$$\xrightarrow[k\to 0]{} 1-\frac{r}{\alpha} \quad (2.17)$$

但し，$\frac{1}{\alpha}=-\lim_{k\to0}k\cot\delta_0$である。この波動関数を図3に示した。ここに現れる$\alpha$を散乱長(scattering length)という。散乱長には自由原子の散乱長と束縛原子の散乱長がある。一般に中性子断面積のテーブルに載っているのは，束縛原子の散乱長bである。自由原子の散乱長をαとすると，束縛原子の散乱長は，Aを質量数として，$b=\alpha(A+1)/A$で現される。この影響は水素原子に最も大きく現れ，束縛散乱長は自由散乱長の2倍となる。断面積はb^2に比例するので4倍になる。また，これはスピン依存であるので，中性子スピンに対応した値も表になっている。この値を用いて散乱断面積を計算する。この関係を用いると全散乱断面積は，

$$\sigma_0=\frac{4\pi}{k^2}\sin^2\delta_0=\frac{4\pi}{k^2+k^2\cot^2\delta_0}$$
$$\xrightarrow[k\to0]{}4\pi\alpha^2 \quad (2.18)$$

となる。これから，$\alpha = -\lim_{k\to 0} f(\theta)$であることもわかる。

さて，実際の原子核を剛体球と考えて，低エネルギーから高エネルギーまでの散乱断面積を求めてみる。

剛体球の半径を a とすると，ポテンシャルは，

$$V(r) = +\infty \qquad r \leqq a$$
$$= 0 \qquad r > a \qquad (2.19)$$

また，$u_l(r)=0$（$r \leqq a$）が成り立たねばならない。したがって，

$$\therefore \cos\delta_\ell j_\ell(ka) - \sin\delta_\ell n_\ell(ka) = 0$$
$$\therefore \tan\delta_\ell = j_\ell(ka)/n_\ell(ka) \qquad (2.20)$$

k が小さい場合には，

$$\tan\delta_\ell = -(ka)^{2\ell+1}/(2\ell+1)[(2\ell-1)!!]^2$$

となる。ここで，!!は 2 重階乗である。$ka \ll 1$ では，$\ell=0$ だけを考えれば良く，$\tan\delta_0 = -ka$，となる。これを代入し，$\cos^2\delta_0 = 1$ とすれば，微分散乱断面積は，

$$\sigma_0(\theta) = \frac{1}{k^2}\sin^2\delta_0 = a^2 \qquad (2.21)$$

となる。また，全散乱断面積は，

$$\sigma_0 = 4\pi a^2 \qquad (2.22)$$

となる。この値は，古典論の結果の 4 倍である。また，k が大きい場合には，$ka \gg 1$ の時，$\ell = ka$ までの ℓ が散乱に関与すると考える。この時，全散乱断面積は（2.23）になる。

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\sum_{\ell=0}^{\ell=ka}(2\ell+1)\sin^2\delta_\ell$$
$$\approx \frac{4\pi}{k^2}\overline{\sin^2\delta_\ell}\sum_{\ell=0}^{ka}(2\ell+1) \approx 2\pi a^2 \qquad (2.23)$$

ここで，$\overline{\sin^2\delta_\ell}$ は平均を表す。この値は，低エネルギーの時の半分であり，古典論の 2 倍の大きさである。この内訳は，入射側から見た時の幾何学的面積が πa^2 であり，これに，球の端を通った波が後方で回折を起こす影散乱の断面積 πa^2 が加わって $2\pi a^2$ となる。影散乱では $\theta < 1/ka$ の前方へ散乱される。

したがって，ポテンシャル散乱の全散乱断面積は，低エネルギーでは $4\pi a^2$ となる。この一定の断面積は物質によって異なるが，おおむね keV 以上まで続き，その後断面積の減少が起きる。実際には散乱ではなく，核内に中性子が入った相互作用となるため，その減少の仕方は簡単化した剛体球での扱いとは異なりより大きく減少するが，その傾向は変わらない。

2・2 共鳴断面積

1 eV 以上のエネルギー領域の重要な相互作用として，共鳴がある。孤立した共鳴に関しては，有名なブライト-ウィグナーの公式がある。λ を入射中性子の波長とすれば，共鳴吸収断面積は，

$$\sigma_a = \frac{\lambda^2}{4\pi}\frac{\Gamma_n\Gamma_\gamma}{(E-E_r)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \qquad (2.24)$$

となる[3]。ここで，E は中性子エネルギー，E_r は複合核準位のエネルギーである。Γ_n は共鳴中性子のエネルギー幅であり，Γ_γ は放出される γ 線のエネルギー幅である。また，共鳴散乱断面積は（2.25）で現される。

$$\sigma_s = \frac{\lambda^2}{4\pi}\frac{\Gamma_n\Gamma_n}{(E-E_r)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \qquad (2.25)$$

この時，全断面積は，$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$ として，

$$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s = \frac{\lambda^2}{4\pi}\frac{\Gamma_n\Gamma}{(E-E_r)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \qquad (2.26)$$

となる。中性子幅は速度に比例して $\Gamma_n = \Gamma_{n0}\sqrt{E}$ と現されるので，全断面積がほとんど吸収による場合，$E \ll E_r$ の条件では，

$$\sigma_a = \frac{\lambda^2}{4\pi}\frac{\Gamma_{n0}\Gamma_\gamma}{E_r^2}\sqrt{E}$$

$$= \frac{\lambda_r^2}{4\pi}\frac{\Gamma_{n0}\Gamma_\gamma}{E_r}\frac{1}{\sqrt{E}} \propto \frac{1}{v} \qquad (2.27)$$

となり，吸収断面積が速度に反比例することが示される。すなわち，$1/v$ 法則が成り立つ。先に述べたポテンシャル散乱断面積と共鳴散乱断面積が干渉する場合，低エネルギー共鳴の近傍では，その散乱断面積は，

$$\sigma_s = \frac{\lambda^2}{4\pi}\left|\frac{4\pi a}{\lambda} + \frac{\Gamma_n}{(E - E_r) + (i\Gamma/2)}\right|^2$$

となり，これを計算すると，

$$\sigma_s = 4\pi a^2 + \frac{\lambda^2}{4\pi}\frac{\Gamma_n\Gamma_n}{(E - E_r)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$+ 2\,a\lambda\Gamma_n\frac{(E - E_r)}{(E - E_r)^2 + (\Gamma/2)^2} \qquad (2.28)$$

が得られる。最後の項は，共鳴ピークの直前でマイナスの値となり，断面積を減少させるように働くことがわかる。これが，鉄の 29 keV 共鳴の直前の，有名な断面積の谷を作っている。

これまでに述べてきた断面積の特徴から，中・高エネルギー領域では，一定の大きさのポテンシャル散乱断面積，共鳴断面積，吸収断面積の組み合わせで中性子断面積が成り立っている。図 4 に，中性子断面積の一例を示した。ポテンシャル散乱による一定断面積，共鳴断面積のピーク，その先の断面積の減少が見られる。共鳴ピークより高いエネルギー領域は，共鳴が存在しないわけではなく，ピークの分離ができないために連続的に見えている。この領域では一般的に断面積の振動も見られる。また，MeV 以上の領域では，(n, p)，(n, α)，(n, 2n) などの閾エネルギーを持つ粒子放出核反応の断面積も加わってくる。

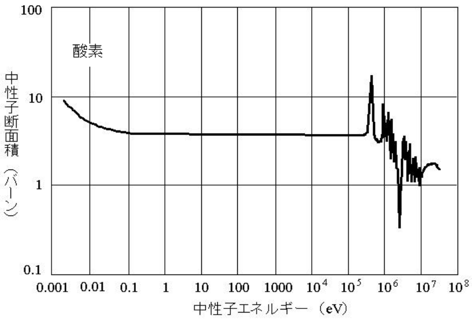

図 4　酸素の中性子全断面積のエネルギー依存性

文　献

1) 小林昌敏，放射線の工業利用，p 146，幸書房，東京（1977）これからモディファイして作成した

2) 砂川重信，散乱の量子論，岩波書店，東京（1997）

3) Beckurts, K. H. and Wiirtz, K., Neutron Physics, Springer-Verlag, Berlin･Göttingen･Heiderberg･New York (1964)